

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

II кръг, 20 февруари 2015 г.
Ученици от 7-8 клас – решения

1 задача. Затъмнения. През настоящата 2015 г. ще има четири затъмнения – слънчево затъмнение през март, лунно през април, едно слънчево и едно лунно затъмнение през септември. В първите часове на 19 февруари Луната е в новолуние. Синодичният лунен месец – периодът, през който се сменят лунните фази – е равен на 29.5 денонощия.

• Направете необходимите пресмятания и определете датите, на които ще се случат четирите затъмнения.

Решение:

Слънчево затъмнение може да се случи, когато Луната е във фаза новолуние, а лунно – когато Луната е в пълнолуние. Следователно слънчевото затъмнение през март ще бъде тогава, когато през март Луната е в новолуние. След новолунието на 19 февруари, до края на месеца остават 9 дни. Прибавяме към тях първите 20 дни на март, за да станат общо 29, и получаваме, че първото слънчево затъмнение в 2015 г. ще бъде на 20 март. След това през април ще има лунно затъмнение. Пълнолунието през април ще бъде половината от синодичния лунен месец, или 15 дни след 20 март. До края на март остават 11 дни и трябва да се прибавят още 4 дни от април. Първото лунно затъмнение през 2015 г. ще е на 4 април.

За да определим датите на затъмненията през септември, пресмятаме броя на дните след новолунието на 20 март до 31 август:

$$11 \text{ (март)} + 30 \text{ (април)} + 31 \text{ (март)} + 30 \text{ (април)} + 31 \text{ (май)} + 30 \text{ (юни)} + 31 \text{ (юли)} + 31 \text{ (август)} = 225 \text{ дни}$$

В 225 дни се съдържат $7 \times 29.5 + 18.5$ дни. До края на осмия лунен месец, т.е. до следващото новолуние, остават $29.5 - 18.5 = 12.5$ дни. Това означава, че новолунието, а значи и слънчевото затъмнение ще бъде на 13 септември. Пълнолунието, а с него и лунното затъмнение трябва да е 15 дни по-късно, или на 28 септември.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За разбиране на факта, че затъмненията са възможни при съответните фази на Луната – 2 т.

За правилен начин на пресмятане на датата за всяко от затъмненията – $4 \times 2 = 8$ т.

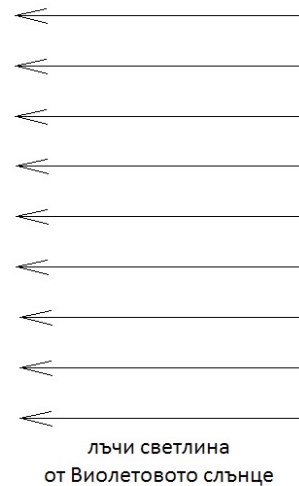
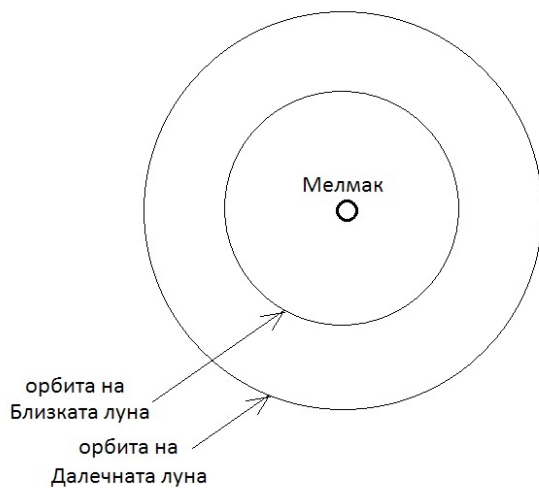
За верни крайни резултати за датите – $4 \times 0.5 = 2$ т.

2 задача. Спътниците на Мелмак. Веселият филмов герой Алф е извънземно същество от планетата Мелмак, която има оранжево небе със зелени облаци и синя трева. Планетата обикаля около виолетово слънце. Нека предположим, че тя има два спътника – Близка луна и Далечна луна.

• А. В слънчев ден на Мелмак Алф се разхожда и изведнъж небето притъмнява. Алф поглежда нагоре и вижда слънчево затъмнение! Развълнуван, той звъни по мелмакския телефон на братовчед си, който живее на другата страна на планетата. Алф забравя, че там е нощ. Но братовчед му не спи, а в същия момент наблюдава лунно затъмнение! Нарисувайте на схемата къде трябва да се намират двете луни в този момент. Разгледайте възможните случаи.

• Б. Нарисувайте една конфигурация на двете луни по орбитите им, при която жителите на Мелмак ще виждат затъмнение на едната луна от сянката на другата.

• В. Анализирайте по-пълно къде по орбитите си трябва да са разположени двата спътника, така че да се наблюдават затъмнения на единия от сянката на другия.

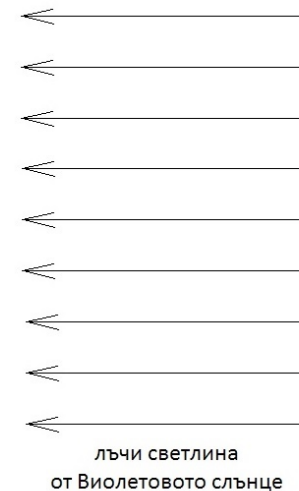
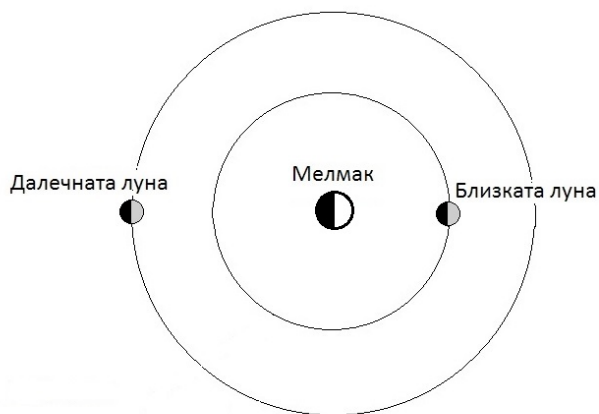
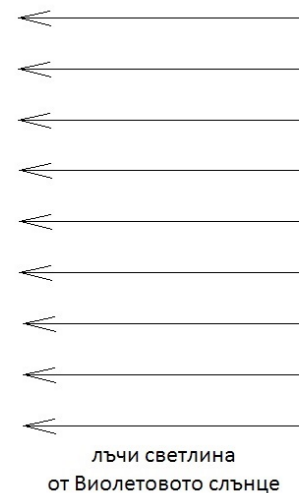
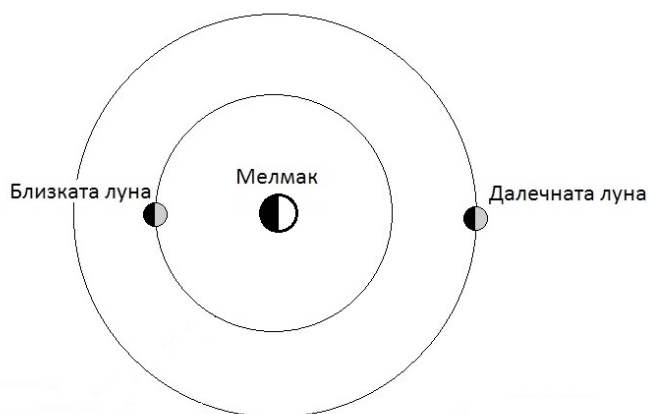


Решение:

Жителите на дневната страна на Мелмак биха виждали слънчево затъмнение, когато един от двата спътника застане между Виолетовото слънце и планетата, така че сянката му да попада някъде върху повърхността на Мелмак. Тогава за Алф и неговите сънародници, намиращи се в района на сянката, слънчевата светлина ще се скрива от спътника.

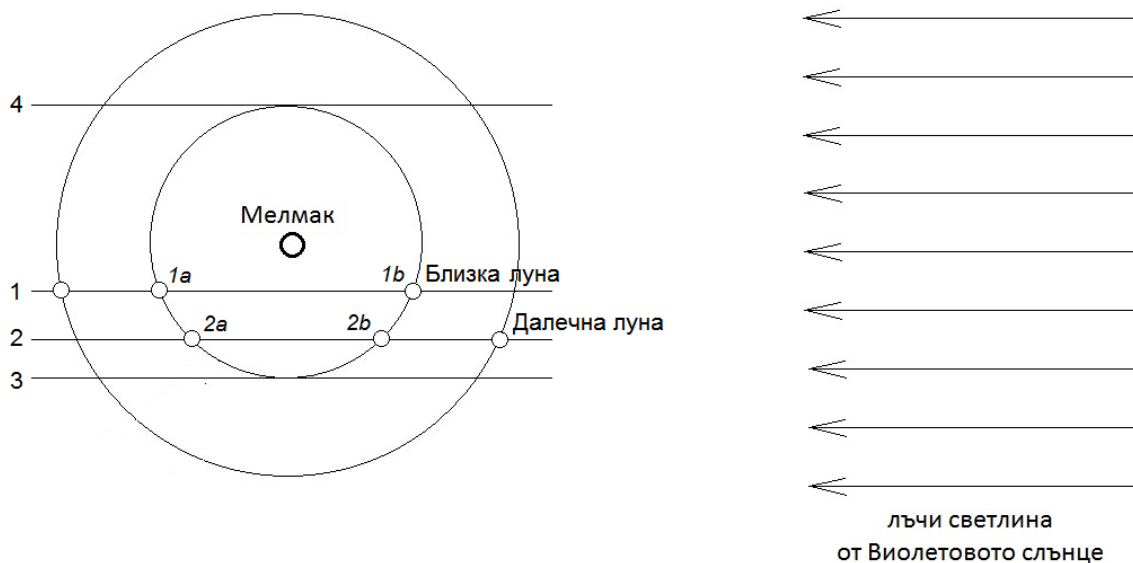
На нощната страна на Мелмак би се наблюдавало лунно затъмнение, когато планетата се намира между Виолетовото слънце и някой от спътниците, така че нейната сянка да попадне върху този спътник.

Понеже около Мелмак се движат две луни, по принцип може по едно и също време да има и слънчево, и лунно затъмнение. Възможни са два случая:



- 1) Слънчево затъмнение, причинено от Далечната луна, и лунно затъмнение на Близката луна;
- 2) Слънчево затъмнение, причинено от Близката луна, и лунно затъмнение на Далечната луна.

При движението на спътниците по техните орбити понякога може единият да попада в сянката на другия, но за да се види това от повърхността на Мелмак, трябва поне част от засенчената страна на съответния спътник да е обърната към планетата.



Възможни са различни случаи. Близката луна може да хвърля сянката си върху Далечната луна, например когато двата спътника се намират на правата 1. Тогава затъмнение може да стане, ако Близката луна се намира в положение 1a или 1b. Може Близката луна да попадне в сянката на Далечната луна, например по правата 2, когато Близката луна се намира в положение 2a или 2b. Взаимни затъмнения на спътниците могат да се наблюдават от Мелмак, само когато Далечната луна е в пространството, ограничено между правите 3 и 4. Само тогава тя може да хвърля сянка към Близката луна или пък да попада в сянката на Близката луна.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За обяснение на явлението слънчево затъмнение и правилно отбелязване на положението на единия от спътниците спрямо Слънцето и планетата върху схемата – 2 т.

За обяснение на явлението лунно затъмнение и правилно отбелязване на положението на другия спътник спрямо Слънцето и планетата върху схемата – 2 т.

За разглеждане на още един възможен случай – 2 т.

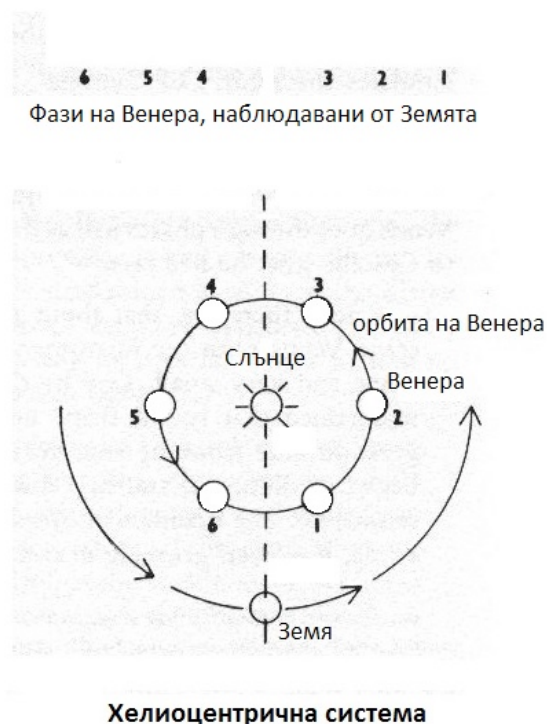
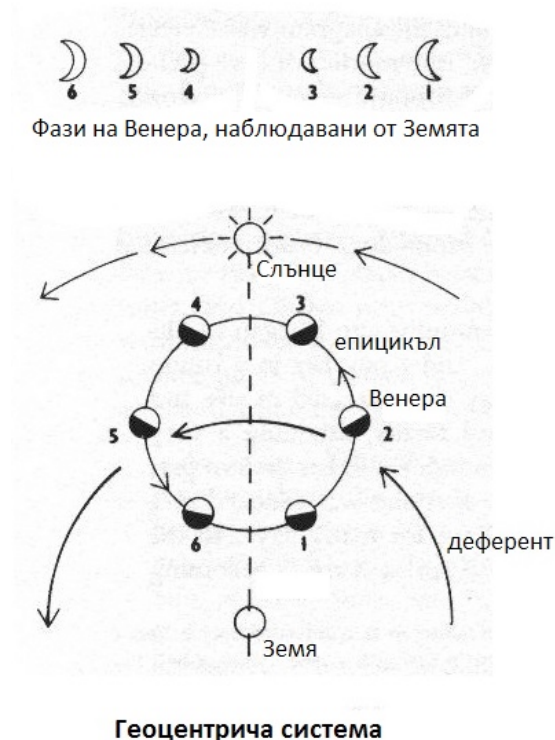
За изобразяване върху схемата и обяснение на една ситуация, когато от Мелмак се наблюдава затъмнение на един спътник от сянката на друг – 3 т.

За анализ в детайли – 3 т.

3 задача. Две системи. Великият полски астроном Николай Коперник е живял преди изобретяването на телескопа и не е могъл да види фазите на планетата Венера. Но той е предсказал, че изменението на фазите на Венера, наблюдавано от Земята, може да се използва като доказателство за верността на хелиоцентричната система и опровергаване на геоцентричната система.

Според геоцентричната система Земята е неподвижна. Слънцето обикаля около нея по кръг. Венера се движи по един по-малък кръг, наречен епицикъл. Центърът на епицикъла описва около Земята друг кръг, наречен деферент. Слънцето, Земята и центърът на епицикъла на Венера винаги остават на една права линия. Отгоре на схемата, изобразяваща геоцентричната система, са дадени фазите на Венера, които биха се наблюдавали от Земята, когато Венера е в положенията от 1 до 6.

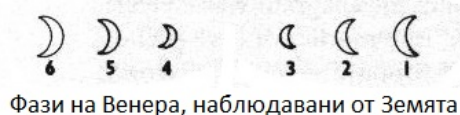
• Върху схемата на хелиоцентричната система за всяко от положенията на Венера по нейната орбита оцветете в тъмно неосветената от Слънцето част на планетата. Отгоре нарисуйте как ще изглеждат при наблюдение от Земята фазите на Венера в положенията от 1 до 6. Наистина ли така може да се провери коя система е правилна?



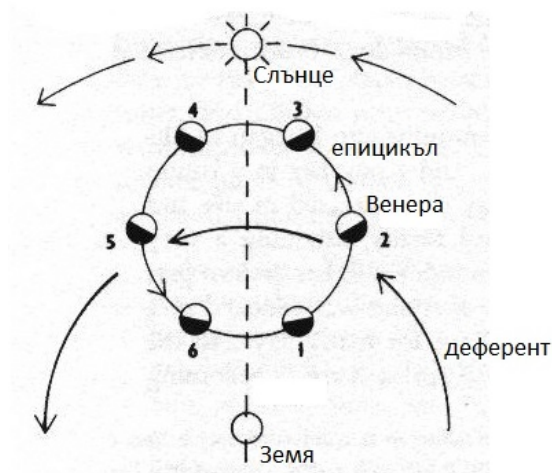
Решение:

Оцветяваме в тъмно неосветената от Слънцето страна на Венера в положенията от 1 до 6 на схемата на хелиоцентричната система. Поставяйки се на мястото на земен наблюдател, преценяваме как ще изглеждат фазите и ги изобразяваме приблизително на мястото, определено в горната част на схемата. По примера на фазите, представени за геоцентричната система, в нашите рисунки отразяваме и изменението на видимия размер на планетата с изменение на разстоянието от Земята до нея.

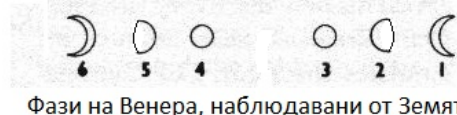
Виждаме, че ако геоцентричната система съответства на реалността, то Венера би се наблюдавала от Земята през цялото време като сърп - от схемата става ясно, че към Земята винаги би била обърната само малка част от осветената от Слънцето страна на планетата. В хелиоцентричната система Венера ще показва различни фази и понякога ще изглежда като сърп, а в други случаи като почти пълен светъл кръг. Следователно има съществена разлика между вида на фазите, които планетата би показвала при двете системи и реалните наблюдения могат да послужат като стабилен аргумент в полза на едната от тях. Първите наблюдения на фазите на Венера, направени от Галилео Галилей, потвърждават правилността на хелиоцентричната система.



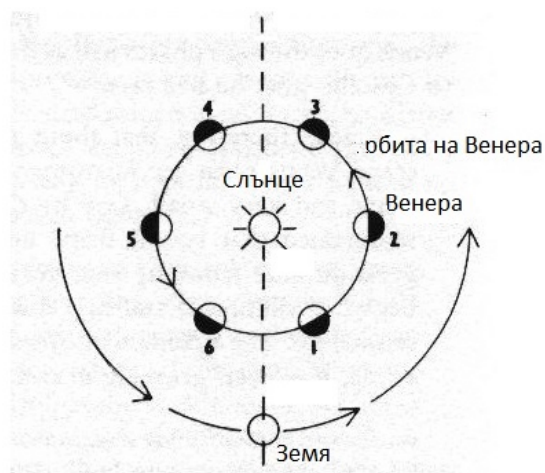
Фази на Венера, наблюдавани от Земята



Геоцентрична система



Фази на Венера, наблюдавани от Земята



Хелиоцентрична система

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилно отбелязване на неосветената страна на Венера на схемата в позициите от 1 до 6 – 3 т.

За правилни разсъждения и представяне на фазите на Венера в хелиоцентричната система – 6 т.

За отразяване на факта, че се променят видимите размери на планетата – 1 т.

За заключение относно възможността за наблюдателно потвърждение на една от системите – 2 т.

4 задача. Продължителност на деня. Днес в София Слънцето изгрява в 07 ч. 17 мин. и залязва в 18 ч. 05 мин. Във Варна Слънцето изгрява в 06 ч. 59 мин.

• А. В колко часа залязва Слънцето във Варна?

Ученичката Владимира от София и ученикът Ивайло от Варна стават сутринта още по тъмно и отиват на училище в родните си градове. На тях не им се стои там обаче, а всеки мечтае да отиде на гости на другия, понеже се познават от олимпиадата по астрономия.

• Б. Колко ще продължи денят за Владимира и Ивайло, ако останат на училище?

• В. Каква би била продължителността на деня за тях, ако всеки тръгне с влак за родния град на другия? Двата влака – от София до Варна и от Варна до София – тръгват в 8 часа сутринта и пътуват 9 часа.

• Г. Ако влакът София-Варна тръгне в 6 ч. 59 мин. сутринта и се движи по подбалканската линия равномерно и само на изток, в колко часа ще изгрее Слънцето за пътниците в него?

Решение:

Сравняваме часовете на изгрева в двата града и установяваме, че във Варна Слънцето изгрява с 18 минути по-рано, отколкото в София. Залезът на Слънцето във Варна също ще бъде с 18 минути по-рано, отколкото в София, или в 18 ч. 05 мин. – 18 мин. = 17 ч. 47 мин.

Ако двамата ученици си останат в родните градове, за тях денят ще има еднаква продължителност. Можем да я пресметнем, например като използваме времената на изгрева и залеза на Слънцето в София: 18 ч. 05 мин. – 07 ч. 17 мин. = 10 ч. 48 мин.

Да приемем, че Владимира е решила да отиде на гости на Ивайло. Нейният влак тръгва от София след изгрева на Слънцето и пристига във Варна преди залеза му. За нея

Слънцето ще изгрее в 07 ч. 17 мин. и ще злезе в 17 ч. 47 мин. Продължителността на деня ще бъде 17 ч. 47 мин. – 07 ч. 17 мин. = 10 ч. 30 мин. Друг по-лесен начин да намерим тази продължителност е просто да извадим 18 мин. от продължителността на деня, получена за случая, когато всеки остава в родния си град.

Аналогично, ако Ивайло реши да пътува за София, то за него Слънцето ще изгрее в 06 ч. 59 мин. и ще залезе в 18 ч. 05 мин. Продължителността на деня ще бъде 11 ч. 06 мин.

Нека сега влакът от София да тръгне още преди изгрева на Слънцето – в 6 ч. 59 мин. – часът, в който изгрява Слънцето във Варна. Влакът изминава разстоянието до Варна за 9 часа. Понеже изгревът на Слънцето в София става с 18 мин. по-късно, отколкото във Варна, можем да считаме, че слънчевият изгрев „пристига” от Варна до София за 18 мин. Всъщност можем да си представим движението на терминатора на Земята – границата между осветената и неосветената част от повърхността на нашата планета. Терминаторът се движи от изток на запад и очевидно, много по-бързо от влака. Можем да пресметнем колко пъти по-бързо е движението на терминатора, като разделим времето на движение на влака, или 9 часа, на 18 минути:

$$9 \text{ часа} / 18 \text{ мин.} = 9 \times 60 / 18 = 540 / 18 = 30 \text{ пъти}$$

Някъде по пътя между София и Варна влакът ще се срещне с терминатора на Земята. Тогава за пътниците Слънцето ще изгрее. От момента на тръгване на влака до срещата влакът ще е изминал разстояние 30 пъти по-малко от разстоянието, на което ще се е придвижил терминаторът от Варна до срещата. Следователно можем да разделим общото разстояние от София до Варна на 31 части и 1/31 част от него ще е разстоянието, изминато от влака. Но тази пропорция ще се отнася и до времето на пътуване на влака. Следователно от момента на тръгване на влака изгревът на Слънцето ще настъпи за пътниците след време:

$$9 \text{ часа} / 31 = 540 \text{ мин.} / 31 \approx 17, 42 \text{ мин.} \approx 17 \text{ мин.} 25 \text{ сек.}$$

Това ще бъде в 7 ч. 16 мин. 25 сек.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За определяне в колко часа е залезът във Варна – 2 т.

За определяне продължителността на деня при оставане в родния град – 2 т.

За определяне продължителността на деня при пътуване София-Варна – 2 т.

За определяне продължителността на деня при пътуване Варна-София – 2 т.

За пресмятане момента на изгрева във влака, тръгващ в 6:59 – 4 т.

5 задача. Съобщение до Марс. Радиусът на земната орбита около Слънцето е равен на 150 милиона километра. Той се използва като единица мярка за разстояния в Слънчевата система и се нарича астрономическа единица (а.е.). Радиусът на орбитата на Марс е 1.5 а.е.. В марсианска изследователска база работят земни космонавти. В даден момент Марс се намира точно зад Слънцето по отношение на Земята. Тогава се налага към марсианската база да се изпрати важно съобщение. Сигналът първо се излъчва от Земята към ретранслаторна радиостанция, разположена на един астероид, а оттам веднага автоматично се предава към Марс. Орбитата на астероида е с радиус 2 а.е. и той се намира в квадратура – направлението от Земята към астероида сключва прав ъгъл с направлението от Земята към Слънцето.

• А. Начертайте в подходящ мащаб орбитите на Земята, Марс и астероида около Слънцето. Отбележете взаимното разположение на планетите и астероида, описано по-горе.

• Б. Направете необходимите измервания по вашия чертеж и определете за колко време съобщението, изпратено от Земята, ще достигне до Марс. Радиовълните се движат със скоростта на светлината, равна на 300 000 км/сек.

Решение:

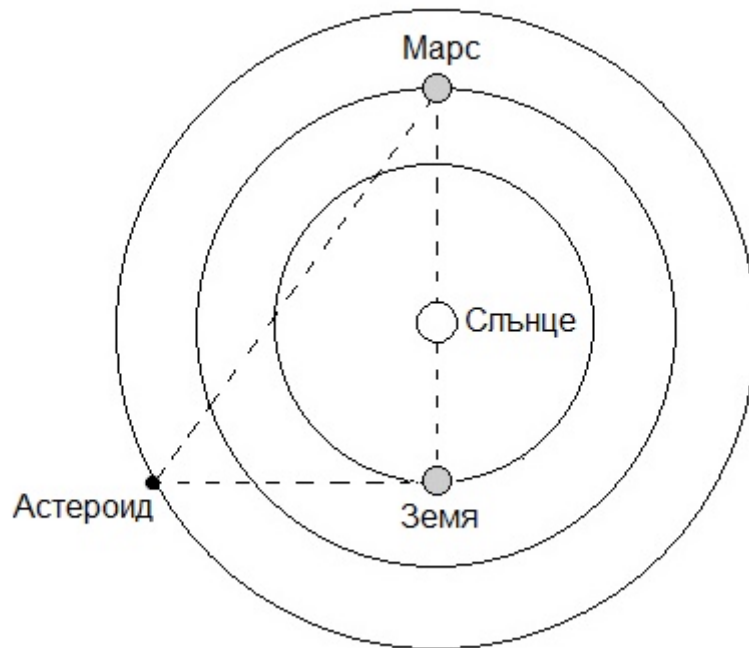
Начертаваме орбитите на Земята, Марс и астероида. Използвайки дадените съотношения, нека приемем, че радиусът на земната орбита е 4 см и тогава радиусът на марсианската орбита ще бъде $4 \times 1.5 = 6$ см, а радиусът на орбитата на астероида ще се равнява на $4 \times 2 = 8$ см. Избираме някакво положение на Земята по нейната орбита. Отбелязваме положението на Марс от другата страна на Слънцето по неговата орбита и

положението на астероида в квадратура – направлението от Земята към астероида съдържа прав ъгъл с направлението Земя – Слънце. Начертаваме отсечката Земя – астероид и отсечката астероид – Марс. Тези две отсечки представляват пътищата на радиосигналите, чрез които съобщението от Земята достига до Марс. Измерваме двете отсечки и получаваме съответно 6.9 см и 12.2 см. Общата им дължина е $6.9 + 12.2 = 19.1$ см. Като имаме предвид, че според мащаба на нашата схема 4 см отговарят на 1 а.е., то пътят на сигнала от Земята до астероида ще бъде $19.1 \text{ см} / 4 = 4.775 \text{ а.е.}$

Светлината се движи със скорост 300 000 км /сек. Една астрономическа единица е равна на 150 000 000 км. Такова разстояние се изминава от светлината за време:

$$150\,000\,000 / 300\,000 = 500 \text{ сек.}$$

Следователно съобщението от Земята до Марс през ретранслаторната радиостанция на астероида ще пътува $4.775 \text{ а.е.} \times 500 \text{ сек.} \approx 2388 \text{ сек.} = 40 \text{ мин.}$



Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За определяне на мащабите на схемата и правилно начертаване на орбитите – 3 т.

За правилно разположение на Земята, Марс и астероида върху схемата – 3 т.

За измервания и пресмятания – 5 т.

За верен краен резултат – 1 т.